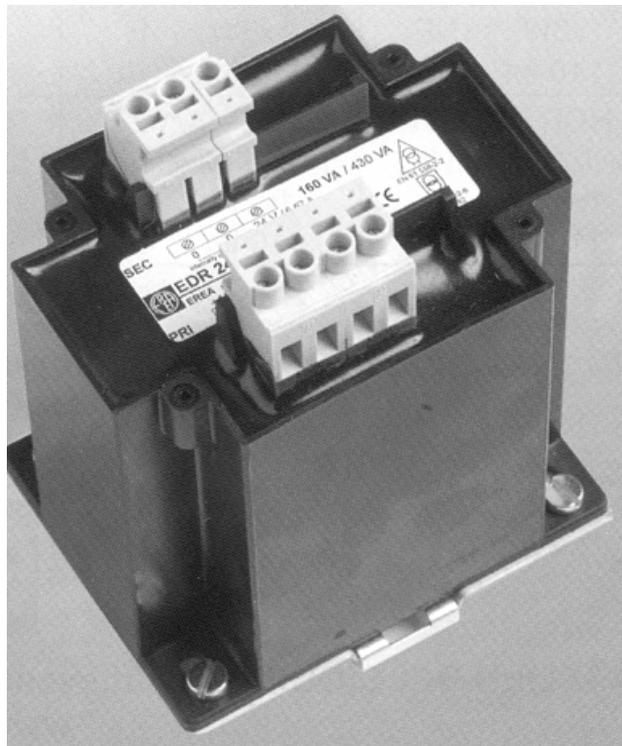


Cours d'électrotechnique

LES MACHINES A COURANT ALTERNATIF

MACHINE STATIQUE A COURANT ALTERNATIF



PARTIE N°2 :

LE TRANSFORMATEUR PARFAIT

TABLE DES MATIERES

1.	Définition d'un transformateur parfait ?	2
2.	La force électromotrice	2
2.1.	Equations générales	2
2.1.1.	Equation pour un conducteur	2
2.1.2.	Equation pour N conducteurs	3
2.2.	Equation de la FEM secondaire	3
2.3.	Equation de la FCEM primaire	3
3.	Les essais	3
3.1.	Essai à vide	3
3.1.1.	Schéma de câblage	3
3.1.2.	Mode opératoire	3
3.1.3.	Courbes	4
3.1.4.	Explications physiques	4
3.1.5.	Comportement à vide	5
3.2.	Essai en charge	6
3.2.1.	Schéma de câblage	6
3.2.2.	Mode opératoire	6
3.2.3.	Courbes	6
3.2.4.	Explications physiques	6
3.3.	Essai en court circuit	7
3.3.1.	Schéma de câblage	7
3.3.2.	Mode opératoire	7
4.	Théorie sur le transformateur parfait	8
4.1.	La constance du flux	8
4.2.	L'équilibre des ampères tours	9
4.3.	Les équations	9
4.4.	Le diagramme vectoriel	10
4.4.1.	A vide	10
4.4.2.	En charge	10
4.5.	Transfert d'impédance	11
5.	Bilan énergétique	12
6.	Exercices	13

1. Définition d'un transformateur parfait ?

Nous avons énoncé dans le principe de fonctionnement que la FEM secondaire restait constante quelque soit la charge placée au secondaire. Ce type de fonctionnement ne pourra être vérifié que si certaines hypothèses sont prises en compte.

- Les pertes fer sont nulles
- Les pertes joules sont nulles
- Les fuites magnétiques sont nulles
- La reluctance magnétique est nulle

En tenant compte de ces hypothèses, nous pourrions dire que nous avons une machine idéale. Nous parlerons alors de transformateur parfait.

2. La force électromotrice

2.1. Equations générales

2.1.1. Equation pour un conducteur

Nous savons que nos bobines primaires et secondaires sont placées sur le circuit magnétique et que les conducteurs sont placés de façon perpendiculaire au passage du flux. Ils pourront donc être le siège d'une FEM.

$$e = - \frac{d\Phi}{dt}$$

$$\text{si } \Phi = \Phi_M \cdot \sin(\omega \cdot t)$$

$$\text{rappel : } \Phi = \mu_o \cdot \mu_r S \cdot \frac{N \cdot I \cdot \sin(\omega \cdot t)}{l}$$

$$e = - \frac{d\Phi_M \cdot \sin(\omega \cdot t)}{dt}$$

$$e = -\Phi_M \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t)$$

$$\text{si } -\cos(\omega \cdot t) = \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$e = \Phi_M \cdot \omega \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

$$\text{si } \omega = 2 \cdot \pi \cdot f \text{ et que } \Phi_{eff} = \frac{\Phi_M}{\sqrt{2}}$$

$$e = 4,44 \cdot \Phi_M \cdot f \cdot \sin\left(\omega \cdot t - \frac{\pi}{2}\right)$$

2.1.2. Equation pour N conducteurs

$$E=4,44 \cdot N \cdot \Phi_M \cdot f \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

Avec : E la FEM
f la fréquence
 Φ_M le flux maximum

2.2. Equation de la FEM secondaire

$$E_2=4,44 \cdot N_2 \cdot \Phi_M \cdot f \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

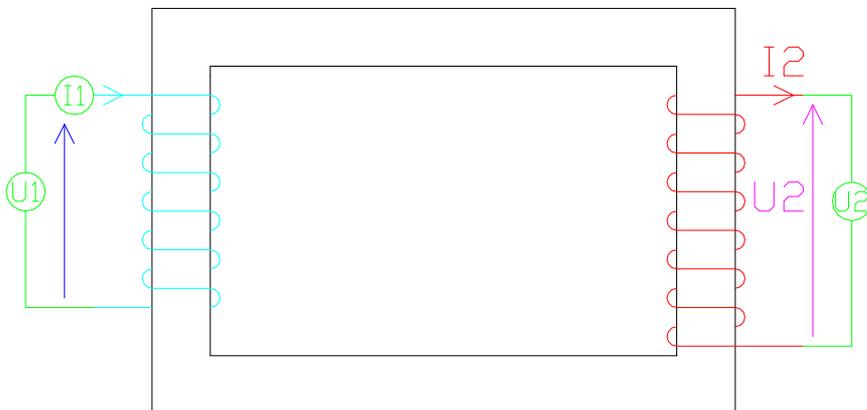
2.3. Equation de la FCEM primaire

$$E_1=4,44 \cdot N_1 \cdot \Phi_M \cdot f \cdot \sin(\omega t - \frac{\pi}{2})$$

3. Les essais

3.1. Essai à vide

3.1.1. Schéma de câblage

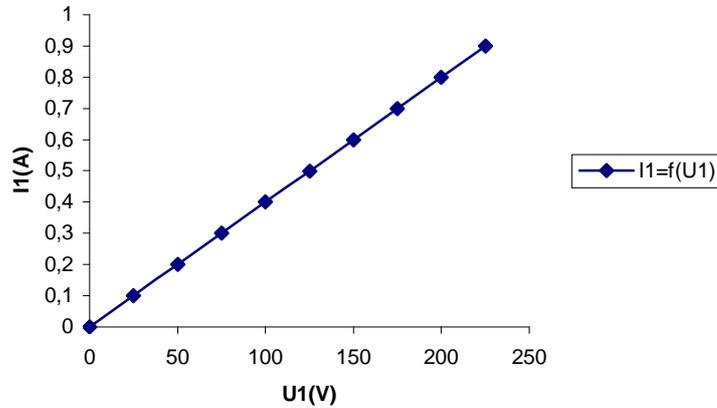


3.1.2. Mode opératoire

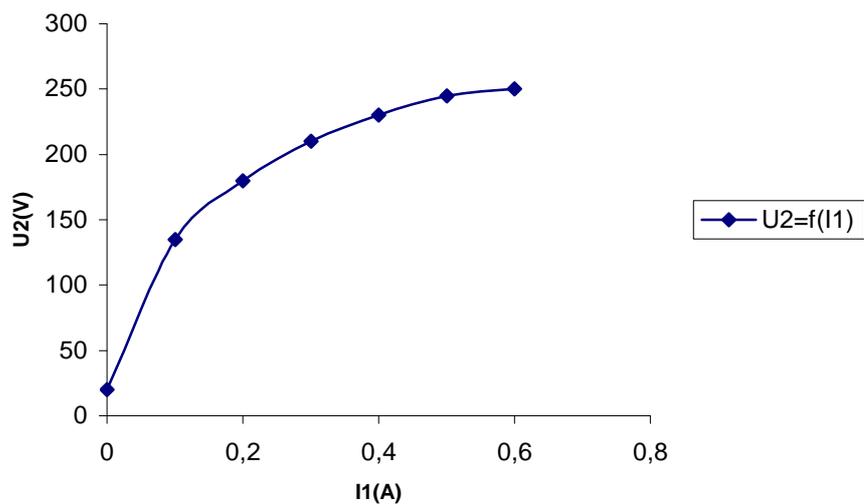
Lors de cet essai, nous allons vérifier l'évolution du courant primaire et de la tension secondaire lorsque nous faisons varier la tension primaire.

3.1.3. Courbes

Evolution du courant primaire



caractéristique à vide



3.1.4. Explications physiques

Nous savons que le courant primaire ne pourra exister que si nous appliquons une tension au primaire. De plus le courant est lié par la loi d'ohm à cette tension et à la valeur de la résistance du bobinage primaire. Il est certain que la valeur de cette résistance ne peut varier. Je peux donc dire que le courant primaire va évoluer de façon proportionnel à l'évolution de la tension d'où l'allure d'une droite sur le graphe de $U_1 = f(I_1)$.

Le graphe de $U_2=f(I_1)$ nous montre une courbe formée de deux parties, une première formant une droite et une seconde formant une courbe. Nous savons que la génération de la tension au secondaire est directement proportionnel au flux qui circule dans le circuit magnétique. Analysons donc l'évolution de ce flux lors de l'essai. Dans un premier temps, nous pouvons dire que le flux évolue de façon proportionnel au courant primaire et forme donc une droite sur le graphique. Par la suite, la valeur du flux au sein du circuit magnétique devenant de plus en plus important nous avons ce que l'on appelle la saturation du circuit magnétique. En d'autre terme, le circuit magnétique ne parvient plus à véhiculer l'ensemble du flux créé par le primaire. Nous retrouvons cette saturation sur la courbe. La valeur de la tension secondaire tant donc vers une valeur donnée maximum. L'avantage de cette courbe est qu'elle nous montre que comme pour toute machine, le transformateur possède une zone de fonctionnement optimale située au début de la courbe de saturation.

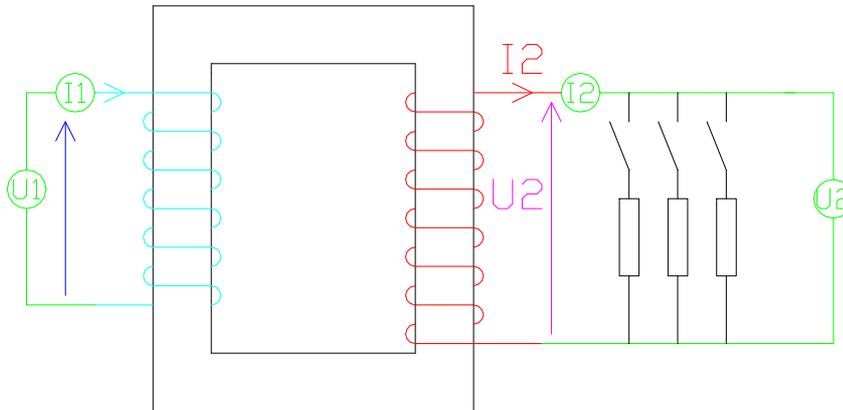
3.1.5. Comportement à vide

N'étant traversé par aucun courant secondaire, seul le primaire participe à la magnétisation du circuit magnétique. Nous pouvons tirer les conclusions suivantes :

- Le courant primaire à vide est très faible vis à vis du courant primaire nominale.
- La puissance consommée à vide est également petite en regard à la puissance nominale.
- Le facteur de puissance est très petit également puisque dans ce type de fonctionnement, le primaire consomme exclusivement de la puissance réactive. (angle de 90°).

3.2. Essai en charge

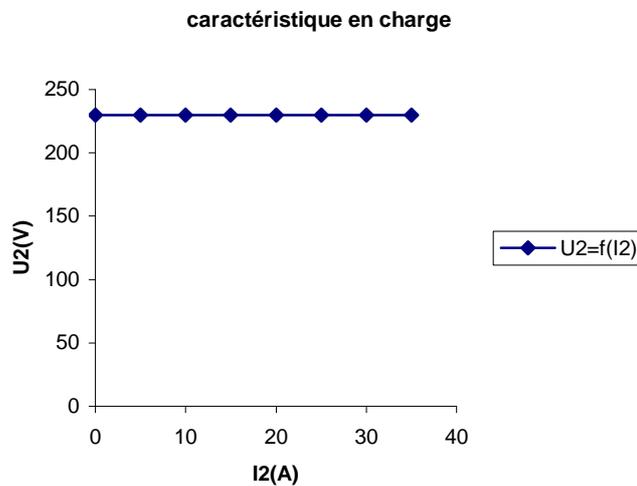
3.2.1. Schéma de câblage



3.2.2. Mode opératoire

Lors de cet essai, nous allons placer des charges au secondaire du transformateur et nous allons les faire varier afin de relever les variations de la tension secondaire.

3.2.3. Courbes



3.2.4. Explications physiques

Cette allure de courbe nous montre que comme nous l'avons déjà avancé lors de l'explication du principe de fonctionnement, la tension secondaire ne varie pas avec la charge. Cette courbe confirme également la constance des flux au sein du circuit magnétique.

3.3. Essai en court circuit

3.3.1. Schéma de câblage



3.3.2. Mode opératoire

Pour cet essai, nous allons appliquer une tension réduite au primaire du transformateur et augmenter cette dernière jusqu'à obtention du courant nominal admissible au secondaire.

Il n'existe pas de courbe en tant que tel, seule la valeur de la tension primaire est à retenir de même que le courant primaire.

4. Théorie sur le transformateur parfait

4.1. La constance du flux

Puisqu'il n'y a pas de pertes joules, cela sous entend qu'il n'y a pas non plus de chute de tension ohmique. Il en résulte que la tension primaire est donc égale en module à la FCEM. De même pour le secondaire, la FEM est égale à la tension secondaire. Sachant que le transformateur de part ces bobines tend à s'opposer à toute variation de flux, je peux dire qu'un phénomène d'auto régulation va se mettre en place. Ce dernier est lié à la tension primaire et à la FCEM car la cause de toutes les variations provient de la tension d'alimentation. Nous avons vu dans l'explication du principe de fonctionnement que toute augmentation du courant secondaire entraîne une augmentation du flux secondaire donc une diminution du flux résultant. Si ce dernier diminue, cela veut dire que la FCEM elle aussi va diminuer. Or si cette dernière diminue, on ne vérifie plus le fait que la tension d'alimentation est égale à la FCEM. Dès lors le courant primaire augmente donc le flux primaire aussi et par conséquent le flux résultant augmente. Ce dernier tendra à se stabiliser lorsque la FCEM s'opposera à nouveau exactement à la tension d'alimentation, en d'autre terme, lorsque le flux résultant aura retrouvé sa valeur de départ à une valeur identique à celle en fonctionnement à vide.

C'est cette propriété que l'on appelle en abrégé la constance du flux.

Comme chaque spire de chaque bobinage crée une FEM OU FCEM « e » je peut écrire pour le primaire que $E_1=N_1.e$ et qu'au secondaire $E_2=N_2.e$.

$$\frac{E_1}{N_1} = \frac{E_2}{N_2} = e$$

$$\frac{E_2}{E_1} = \frac{N_2}{N_1} = m \quad \text{ou encore que} \quad \frac{E_1}{E_2} = \frac{N_1}{N_2} = k$$

avec m ou k qui représentent le rapport de transformation.

Comme $U_1=-E_1$ et que $U_2=E_2$ j'obtiens également

$$\frac{U_2}{U_1} = -\frac{E_2}{E_1} = m \quad \text{ou encore que} \quad \frac{U_1}{U_2} = -\frac{E_1}{E_2} = k$$

Les chutes de tension étant négligées, pour chaque enroulement la tension aux bornes est égale à la FEM et l'on a pour les valeurs U_1 et U_2 : $U_2=m.U_1$.

4.2. L'équilibre des ampères tours

Nous savons que le flux au sein de la machine reste constant quelque soit la charge. La formule du flux nous montre que ce même flux est fonction des « ampères tours »

$$E = \frac{N \cdot I}{l} \cdot \mu \cdot S \quad \text{avec } N \cdot I \text{ qui représente les ampères tours. Pour un fonctionnement à}$$

vide, je peux écrire que $E = \frac{N1 \cdot I_0}{l} \cdot \mu \cdot S$ donc que les ampères tours à vide valent $N1 \cdot I_0$.

En charge nous savons que le secondaire fournit aussi des ampères tours de par le fait que nous avons circulation d'un courant de charge dans le bobinage secondaire. Je

peux donc écrire que $E = \frac{N1 \cdot I1 + N2 \cdot I2}{l} \cdot \mu \cdot S$ avec les ampères tours qui valent $N1 \cdot I1 +$

$N2 \cdot I2$. Comme le flux est constant à vide comme en charge, cela veut dire que la FEM va elle aussi restée constante et je peux donc écrire

$$\frac{N1 \cdot I_0}{l} \cdot \mu \cdot S = \frac{(N1 \cdot I1 + N2 \cdot I2)}{l} \cdot \mu \cdot S \quad \text{après simplification je peux écrire } N1 \cdot I_0 = N1 \cdot I1 + N2 \cdot I2.$$

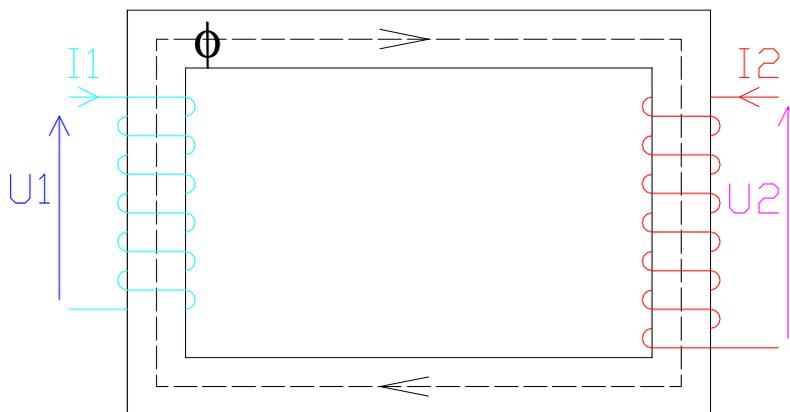
Je peux donc écrire pour notre machine que $N1 \cdot I_0 = N1 \cdot I1 + N2 \cdot I2$. Si je remplace encore $N2$ par $N1 \cdot m$ il me reste finalement $I1 = I_0 - m \cdot I2$.

Ainsi, lorsqu'on passe de la marche à vide à la marche en charge le primaire demande au réseau d'un courant supplémentaire $-m \cdot I2$ qui vient compenser les ampères tours apparus au secondaire. C'est ce phénomène que l'on appelle l'équilibre des ampères tours.

De part leur construction, le courant à vide des transformateurs est très petit, de l'ordre de 1% pour les gros transformateurs et moins de 1% pour les transformateurs de petite puissance. Je pourrais dès lors le négliger devant le courant de charge ce qui me donne que $I1 = -m \cdot I2$.

4.3. Les équations

J'attire votre attention sur le fait que l'écriture des équations est liée au sens des courants et des tensions au droit de notre transformateur. On ne peut donc pas écrire n'importe quoi n'importe où.



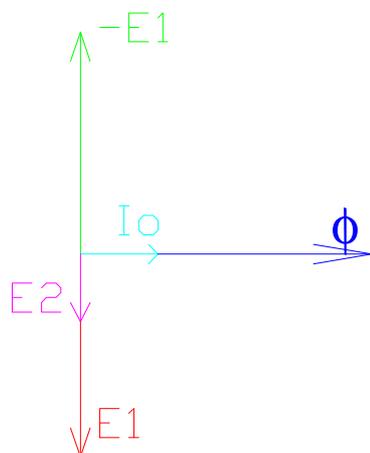
$$U1 = -E1$$

$$U2 = E2$$

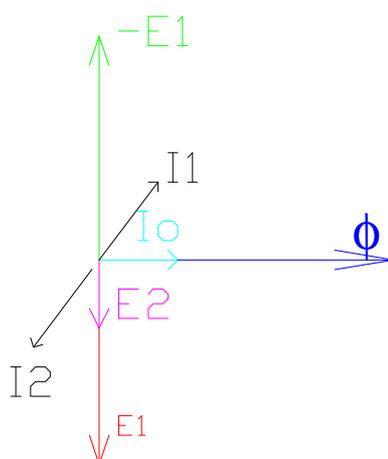
$$N1 \cdot I1 + N2 \cdot I2 = N1 \cdot I_0$$

4.4. Le diagramme vectoriel

4.4.1. A vide



4.4.2. En charge



4.5. Transfert d'impédance

Si le secondaire du transformateur débite sur une charge d'impédance Z_2 , le courant aura comme expression : $I_2 = \frac{U_2}{Z_2} = m \frac{U_1}{Z_2}$ avec $U_2 = mU_1$.

En négligeant le courant à vide I_0 , le réseau fournit au primaire un courant :

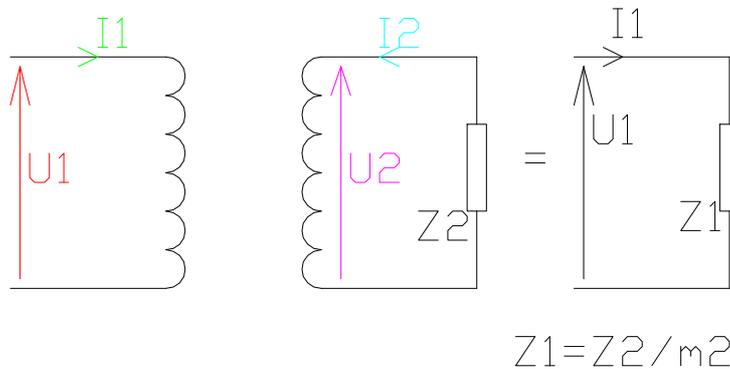
$$I_1 = m \cdot I_2 = m^2 \cdot \frac{U_1}{Z_2}$$

Entre les bornes du primaire, l'ensemble du transformateur plus la charge représente une impédance :

$$Z_1 = \frac{U_1}{I_1} = \frac{Z_2}{m^2}$$

Z_1 est dans notre cas l'image de Z_2 vue du primaire. On dit aussi que Z_1 est l'impédance Z_2 réduite ou ramenée au primaire ou vue du primaire.

En conclusion, les deux représentation suivantes sont équivalentes.



5. Bilan énergétique

Le secondaire débite un courant I_2 sur un récepteur quelconque dont la charge engendre un $\cos \phi_2$. Il fournit donc à ce récepteur une puissance $P_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2$. Toutes les pertes étant considérées comme négligeables, c'est aussi la puissance $P_1 = U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1$ que fournit le réseau primaire.

$$P_1 = P_2 \quad U_1 \cdot I_1 \cdot \cos \phi_1 = U_2 \cdot I_2 \cdot \cos \phi_2$$

Lorsque le transformateur est à vide, il reçoit au primaire une puissance réactive, qui provient du fait que à vide seul du courant réactif est nécessaire pour magnétiser le circuit magnétique. La puissance vaut donc $Q_0 = U_1 \cdot I_0$ avec $\sin \phi_1 = 1$

En charge, le secondaire fournit une puissance réactive $Q_2 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sin \phi_2$ au récepteur, le réseau doit fournir au primaire une puissance réactive $Q_1 = Q_2 + Q_0$ $U_1 \cdot I_1 \cdot \sin \phi_1 = U_2 \cdot I_2 \cdot \sin \phi_2 + U_1 \cdot I_0$

Lorsque le courant à vide est négligeable, on peut négliger la puissance réactive Q_0 et dans ce cas nous pouvons écrire que $P_1 = P_2$ et $Q_1 = Q_2$.

En conclusion on peut dire que le transformateur demande au réseau exactement la puissance active et la puissance réactive qu'il fournit au récepteur placé au secondaire. Il ne garde rien de l'énergie active ou réactive qui le traverse, il est parfait.

6. Exercices

- 1) Un transformateur 220V 15KW sous 50Hz comporte un circuit magnétique de section utile 1dm² et de longueur moyenne 1m. L'induction maximale dans le fer doit être de 1,2T. Le secondaire débite 10A avec un facteur de puissance de 0,86. Calculer le nombre de spires des enroulements primaire et secondaire, le courant primaire si l'on néglige le courant à vide et la puissance active et réactive au primaire du transformateur.

SOLUTION :

$$E1 = U1 = 220V$$

$$N1 = \frac{E1}{4,44 \cdot B \cdot S \cdot f} = \frac{220}{4,44 \cdot 1,2 \cdot 1 \cdot 10^{-2} \cdot 50} = 83 \text{ spires}$$

$$m = \frac{U2}{U1} = \frac{1744,186}{220} = 7,93$$

$$U2 = \frac{P}{I2 \cdot \cos\phi} = \frac{15000}{10 \cdot 0,86} = 1744,186V$$

$$N2 = m \cdot N1 = 83 \cdot 7,93 = 658 \text{ spires}$$

$$I1 = m \cdot I2 = 10 \cdot 7,93 = 79,3 \text{ A}$$

$$P1 = P2 = 15000 \text{ Kw}$$

$$S = \frac{P}{\cos\phi} = \frac{15000}{0,86} = 17441,86VA$$

$$Q1 = Q2 = S \cdot \sin\phi = 17441,86 \cdot 0,51 = 8900 \text{ VAR}$$

- 2) Un transformateur 220V - 15000KV à 50Hz comporte un circuit magnétique de section utile de 1dm² et de longueur moyenne de 1m. L'induction maximale dans le fer doit être de 1,2T. Le secondaire débite 10A avec un facteur de puissance de 0,86. Calculer le nombres de spires des enroulements primaire et secondaire, le courant primaire si on néglige le courant à vide et la puissance active et réactive au primaire du transformateur.

SOLUTION :

$$E1 = U1 = 220V$$

$$N1 = \frac{E1}{4,44 \cdot B \cdot S \cdot f} = \frac{220}{4,44 \cdot 1,2 \cdot 50 \cdot 1 \cdot 10^{-2}} = 83 \text{ spires}$$

$$m = \frac{U2}{U1} = \frac{15000}{220} = 68,18$$

$$N2 = N1 \cdot m = 83 \cdot 68,18 = 5659 \text{ spires}$$

$$I1 = I2 \cdot m = 10 \cdot 68,18 = 682 \text{ A}$$

$$P1 = P2 = U2 \cdot I2 \cdot \cos\phi = 15000 \cdot 10 \cdot 0,86 = 129000 \text{ w}$$

$$S2 = S1 = U2 \cdot I2 = 15000 \cdot 10 = 150000 \text{ VA}$$

$$Q1 = Q2 = U2 \cdot I2 \cdot \sin\phi = 150000 \cdot 0,51 = 76500 \text{ VAR}$$

- 1) Avec une carcasse magnétique dont la section utile est 5cm^2 , on désire faire un transformateur $220\text{V} - 12\text{V}$ 50Hz . L'induction maximale dans le fer sera de $1,2$ tesla. Calculer le nombre de spires de chaque enroulement. (**$N_1 = 1652$ spires et $N_2 = 90$ spires**)
- 2) Un transformateur calculé pour 50Hz peut-il être employé pour 25Hz ? Justifier la réponse en prenant des valeurs sur l'exercice ci-dessus. (**Oui moyennant un ajustement du nombre de spires primaires et secondaire pour garantir le même fonctionnement**)
- 3) Un petit transformateur servant au brasage des scies, possède 480 spires au primaire avec prises à la spire 400 et à la spire 320 . Le secondaire comporte lui 6 spires. La tension d'alimentation est de 115V . Quelles tensions obtient-on au secondaire (**$2,156\text{V}$, $1,725\text{V}$, $1,4375\text{V}$**)? Le courant demandé au secteur est 10 ampères. Quel est le plus grand courant secondaire (**800A pour 480 spires**)?
- 4) Pour évaluer le nombre de spires des deux enroulements d'un transformateur $200\text{V} - 10\text{KV}$, on enroule 20 tours de fil sur l'une des colonnes, on alimente le transformateur sous 115V et l'on mesure la tension entre les extrémités des 20 spires. On trouve $35,7\text{V}$. Quel est le nombre de spires de la BT et de la HT ? (**BT = 65 spires HT = 3250 spires**)
- 5) Un circuit magnétique ayant une section utile de 100cm^2 porte deux bobinages $120\text{V} - 24\text{V}$ 50Hz . L'induction maximale dans le fer étant de $1,1$ tesla, calculer le nombre de spires de chaque enroulement. (**$N_1 = 49$ spires et $N_2 = 10$ spires**)
- 6) Un transformateur comporte 360 spires au primaire alimenté sous 125V et 180 spires au secondaire. Le secondaire débite sur une bobine de réactance 5ohms et de résistance 15ohms . En supposant le transformateur parfait et I_0 négligeable tracer le schéma équivalent et calculer le courant primaire en module et en phase. (**$I_1 = 1,9765$ | $18,43^\circ$**)
- 7) En tenant compte du courant à vide. Un transformateur comporte 360 spires au primaire alimenté sous 125V et 180 spires au secondaire. Le secondaire débite sur une bobine de réactance 5ohms et de résistance 15ohms . En supposant le transformateur parfait et $I_0 = 0,2\text{A}$ tracer le schéma équivalent et calculer le courant primaire en module et en phase. (**$I_1 = 2,0483$ | $23,74^\circ$**)
- 8) Le noyau d'un transformateur monophasé a une section de $0,8\text{dm}^2$. Le primaire comporte 150 spires et le secondaire 3000 spires. Aux bornes du primaire on applique une tension de 110V 50Hz . Calculer la tension secondaire et le champ magnétique sachant que le coefficient de perméabilité est de $250 \cdot 10^{-7}\text{H/m}$. (**$U_2 = 2200\text{V}$ et $H = 5,5 \cdot 10^8\text{H}$**)

- 1) Un transformateur a son primaire branché à une source alternative de 6000V. Le primaire possède 1620 spires et le secondaire 60 spires. Quelle est la FEM secondaire ? Quel flux est nécessaire si la fréquence est de 50Hz.
- 2) Des essais effectués sur un transformateur monophasé de 40 KVA – 5000V – 125V $\cos \varphi_2 = 0,75$ ont donné pour R_1 6,25ohms et R_2 0,0035 ohm. En fonctionnement à vide, la puissance consommée était de 0,58Kw. Sachant que le courant primaire à pleine charge vaut 6,32A, calculer le rendement à 100% de charge et à 2,5% de charge.
- 3) Calculer le nombre de spires primaires et secondaires d'un transformateur ayant un circuit magnétique de section carrée de 28mm de côté, parcouru par une induction de 0,515T. La tension d'alimentation primaire est de 220V 50Hz et la tension secondaire de 12V 50Hz.
- 4) Un alternateur monophasé débite 60 Kw sous 2000V et sous $\cos \varphi = 0,8$. Pour en mesurer le débit, on ne dispose que d'un appareil ne pouvant être traversé que par un courant de 1A. on demande le rapport de transformation du transformateur nécessaire pour que le maximum de l'échelle de l'ampèremètre corresponde au débit maximum.
- 5) On dispose d'un transformateur monophasé ayant 100 spires au primaire et 1000 spires au secondaire. Si le primaire, alimenté sous 110V efficaces, absorbe 500A efficaces, quelles seront l'intensité efficace et la FEM efficace aux bornes du secondaire ?
- 6) On veut mesurer la tension d'un réseau de 10000V avec un voltmètre ne pouvant mesurer au maximum que 150V. Quel va être le rapport de transformation à employer et quel sera le nombre de spires du primaire si N_2 vaut 50 ?
- 7) Quelle est la puissance totale en chevaux des moteurs (1 cheval = 736w) que pourrait alimenter un transformateur de 24KVA, si ces moteurs sont supposés travailler à pleine charge avec un rendement de 0,85 et un cosinus de 0,84 ?
- 8) Un transformateur idéal $I_1 v = 0$ doit être relié à un réseau 20KV 50Hz et donner au secondaire une tension de 220V. Le fer a une section utile de 5dm² et doit travailler à une induction de 1,1T. Calculer le nombre de spires du secondaire, du primaire, les différentes puissances primaires et secondaires qui correspondent à un débit I_2 de 150A sous un cosinus de 0,9 et le courant primaire.
- 9) Un transformateur 220V – 15KV 50Hz comporte un circuit magnétique de section utile de 1dm² et de longueur 1m. L'induction maximale dans le fer doit être de 1,2T. Le secondaire débite 10A avec un facteur de puissance de 0,86. Calculer les nombres de spires des enroulements primaire et secondaire, le courant primaire si I_0 est négligé et les puissances active et réactive primaire.